



PRODOTTI NOTEVOLI

I prodotti notevoli sono delle "scorciatoie" in matematica. Invece di fare calcoli lunghi e complicati con le lettere (come a e b), usiamo delle formule speciali per arrivare subito al risultato.

Le formule principali:

- **Quadrato di un binomio:** Immagina di avere $(a + b)$ e di moltiplicarlo per se stesso. Invece di fare tutti i passaggi, puoi usare questa formula: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Se invece hai $(a - b)^2$ la formula è: $a^2 - 2ab + b^2$
Esempio: $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$
- **Cubo di un binomio:** Se hai $(a + b)$ e lo moltiplichi per se stesso tre volte, puoi usare questa formula: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
Se hai $(a - b)^3$ la formula è: $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- **Prodotto di un binomio per un altro binomio (somma per differenza):** Se hai $(a + b)$ moltiplicato per $(a - b)$, il risultato è sempre: $a^2 - b^2$
Esempio: $(x+4)(x-4) = x^2 - 16$
- **Somma e differenza di cubi:** Queste formule ci aiutano a scomporre alcune espressioni.
 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

I SISTEMI LINEARI

Un sistema di equazioni è un insieme di due o più equazioni per le quali si definiscono soluzioni comuni, cioè i valori attribuiti alle incognite la quale verificano nello stesso tempo tutte le equazioni.

Il sistema può essere:

- **Determinato:** se ha una sola soluzione.
- **Impossibile:** se non ha soluzioni
- **Indeterminato:** se ha infinite soluzioni.

Per risolvere un sistema di due equazioni in due incognite possiamo usare uno qualunque dei seguenti metodi:

- **Metodo di sostituzione:** si ricava un'incognita da una delle equazioni e si sostituisce l'espressione ottenuta nell'altra equazione
- **Metodo del confronto:** si ricava la stessa incognita in entrambi le equazioni e si uguagliano le due espressioni trovate
- **Metodo grafico:** implica il disegno delle equazioni su un piano cartesiano e l'individuazione del punto di intersezione delle curve o delle rette che rappresenta la soluzione del sistema.
- **Metodo di Cramer:** viene usato per risolvere sistemi lineari di equazioni attraverso l'uso di determinati.
- **Metodo di eliminazione:** si tratta di sommare o sottrarre le equazioni per eliminare una delle variabili, riducendo il sistema a un'equazione con una sola variabile.

IL METODO DI SOSTITUZIONE

Sistema:

$$\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2 \end{cases}$$

Risolvi la seconda equazione per x .

$$x=2+y$$

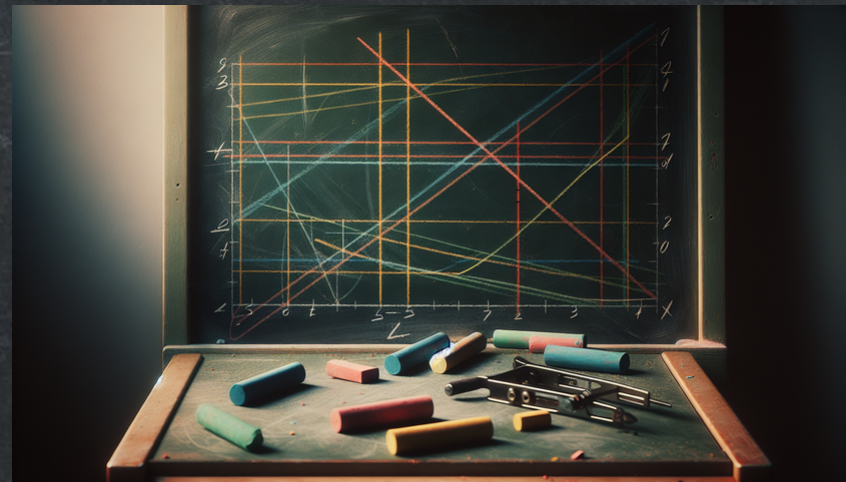
Sostituisci: $x=2+y$ nella prima equazione:

$$(2+y)+y=6 \Rightarrow 2+2y=6 \Rightarrow 2y=4 \Rightarrow y=2$$

Sostituisci: $y=2$ in $x=2+y$

$$x=2+2=4$$

La soluzione è $x=4, y=2$



IL METODO DEL CONFRONTO

Consideriamo il seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} 2x+y=8 \\ 3x-y=4 \end{cases}$$

Scegliamo la prima equazione: $2x+y=8$

Isoliamo y : $y=8-2x$.

Ora sostituiamo: $y=8-2x$ nella seconda equazione: $3x-y=4$, poi $3x-(8-2x)=4$

Distribuiamo il segno negativo: $3x-8+2x=4$

Sommiamo i termini simili: $5x-8=4$

Aggiungiamo 8 a entrambi i membri: $5x=12$

Dividiamo per 5: $x=12:5=2,4$

Ora sostituiamo $x=2,4$ nell'equazione $y=8-2x$
 $y=8-2*(2,4) = 8-4,8 = 3,2$

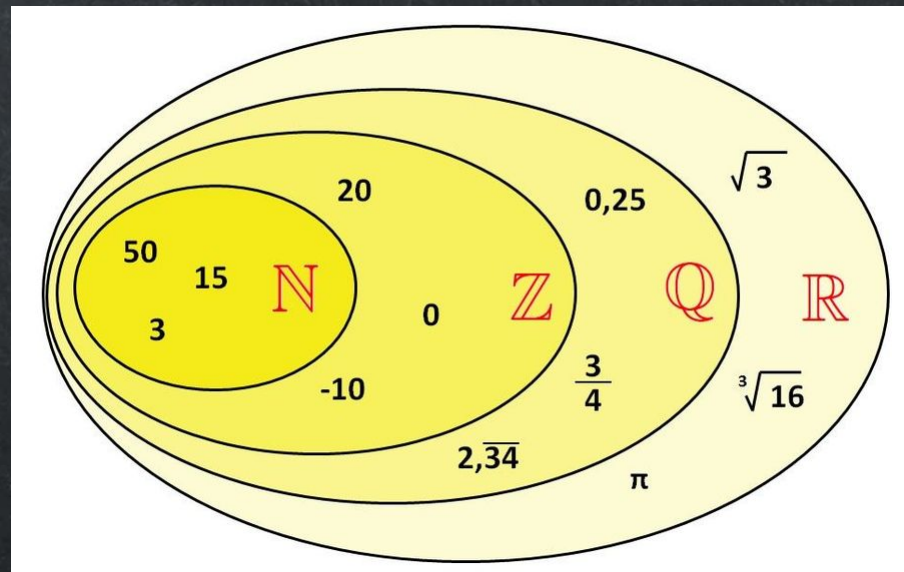
Risultato: $x=2,4$ e $y= 3,2$

INSIEME DEI NUMERI REALI

L'insieme dei numeri reali, denotato con la lettera R , è l'unione dell'insieme dei numeri razionali (Q) e dell'insieme dei numeri irrazionali (I).

Questo insieme include tutti i numeri che possono essere rappresentati in forma decimale, con una parte decimale che può essere finita, illimitata periodica o illimitata non periodica.

Un numero decimale illimitato non periodico viene definito numero irrazionale.



I RADICALI

Un radicale è un numero reale espresso mediante una radice, che è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza.

Componenti di un Radicale

Radicando: Il numero b sotto la radice.

Indice della radice: Il numero n che indica la radice n -esima.

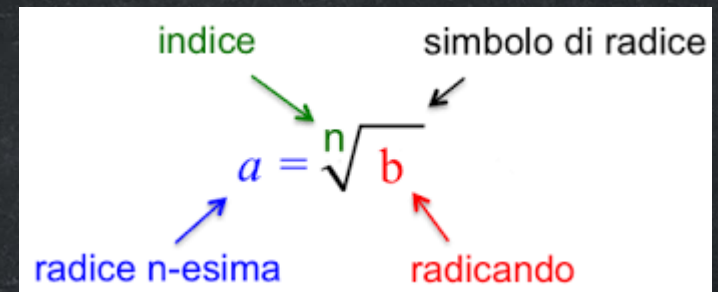
Radice: Il numero a che, elevato alla potenza n , dà il radicando b .

Proprietà dei Radicali

Esistenza: La radice n -esima esiste sempre se n è dispari; se n è pari, il radicando deve essere positivo.

Segno: La radice ha lo stesso segno del radicando se n è dispari; se n è pari, la radice è sempre positiva.

Espressione come potenza: Un radicale può essere espresso come una potenza con esponente frazionario.



LA RADICE QUADRATA

La *radice quadrata* corrisponde all'operazione inversa dell'elevamento a potenza con esponente 2.

La radice quadrata di un numero reale, con $a \geq 0$, corrisponde al numero $b \geq 0$, che levato al quadrato dà come risultato a .

$$\sqrt{a} = b$$

Esempi di radice quadrata

- $\sqrt{4} = 2$
- $\sqrt{49} = 7$
- $\sqrt{81} = 9$



RADICE CUBICA

La radice cubica di un numero è definita come il valore che, elevato al cubo, restituisce il numero originale, se a è un numero reale, la radice cubica di a è un numero b tale che:

$$b^3 = a$$

Questa relazione può essere espressa come:

$$\sqrt[3]{a} = b$$

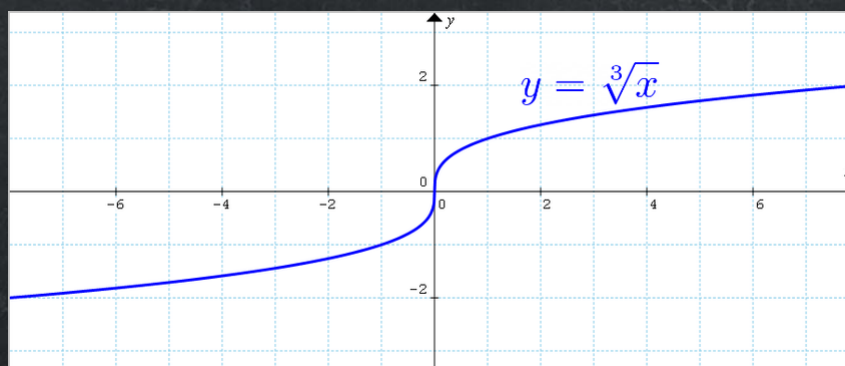
Esempi di radice cubica

- $\sqrt[3]{8} = 2$
- $\sqrt[3]{27} = 3$
- $\sqrt[3]{125} = 5$

segno di radice cubica

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

radicando radice cubica



PRODOTTO TRA RADICI

Il prodotto di due radicali con lo stesso indice è dato dalla formula:

$$[n]\sqrt[n]{a}[n]\sqrt[n]{b} = [n]\sqrt[n]{ab} \text{ con } a, b \geq 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 1$$

Il prodotto di due radicali con lo stesso indice è quindi un radicale che ha:

- come indice, lo stesso indice;
- come radicando, il prodotto tra i due radicandi.

Esempio di prodotti tra radici con lo stesso indice

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{6}$$

LE EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

Le equazioni di secondo grado, anche chiamate equazioni quadratiche, sono equazioni algebriche in cui il grado massimo dell'incognita x è 2. La forma generale di un'equazione di secondo grado è:

$$ax^2+bx+c=0$$

dove a , b , e c sono coefficienti, e $a \neq 0$. Se $a=0$, l'equazione diventa di primo grado

Caratteristiche delle equazioni di secondo grado:

- a è il coefficiente del termine quadratico.
- b è il coefficiente del termine lineare.
- c è il termine noto o costante.
- Soluzioni: Le soluzioni di un'equazione di secondo grado sono i valori di x che soddisfano l'equazione. Possono essere al massimo due, ma possono anche essere una sola o nessuna.

LE EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

METODI DI RISOLUZIONE

Per risolvere un'equazione di secondo grado, esistono diversi metodi. Il più comune e sistematico è la formula risolutiva (detta anche formula quadratica), che si applica a tutte le equazioni di secondo grado.

Passi per applicare la formula:

- **Identifica i coefficienti:** In un'equazione del tipo $ax^2+bx+c=0$, individua i valori di a , b e c .
- **Calcola il discriminante:** Il discriminante è la parte sotto la radice quadrata nella formula risolutiva, cioè $\Delta=b^2 - 4ac$.
- **Analizza il discriminante:**

Se $\Delta>0$, l'equazione ha due soluzioni reali distinte.

Se $\Delta=0$, l'equazione ha una soluzione reale doppia.

Se $\Delta<0$, l'equazione non ha soluzioni reali (ma soluzioni complesse).

- **Applica la formula:** Inserisci i valori di a , b e c nella formula risolutiva e calcola le soluzioni.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

equazione completa $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta > 0 \quad \longrightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Delta = 0 \quad \longrightarrow \quad x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$$\Delta < 0 \quad \longrightarrow \quad \text{equazione impossibile}$$

LE DISEQUAZIONI

Monotonia dell'addizione: sommando uno stesso numero, positivo o negativo, a una disuguaglianza numerica si ottiene una disuguaglianza con lo stesso verso.

Moltiplicazione per un numero: moltiplicando entrambi i membri di una disuguaglianza per uno stesso numero:

- se è positivo si ottiene una disuguaglianza con lo stesso verso
- se è negativo si ottiene una disuguaglianza con verso contrario

Disequazione: è una disuguaglianza in cui compaiono espressioni letterali per le quali cerchiamo valori di una o più lettere che rendono la disuguaglianza vera. Una disequazione può essere:

- intera: l'incognita non compare ai denominatori
- fratta: l'incognita compare ai denominatori
- numerica: non contiene altre lettere oltre l'incognita
- letteraria: almeno un coefficiente è una lettera

LE DISEQUAZIONI

Primo principio di equivalenza: data una disequazione si ottiene una disequazione equivalente aggiungendo a entrambi i membri uno stesso numero o espressione nello stesso insieme di definizione.

Due disequazioni definite nello stesso insieme sono equivalenti se hanno lo stesso gruppo di soluzioni.

Secondo principio di equivalenza: per trasformare una disequazione in una equivalente si può:

- moltiplicare entrambi i membri per uno stesso numero positivo
- moltiplicare entrambi i membri per uno stesso numero negativo e cambiare il verso della disequazione

LA PROBABILITÀ

La probabilità è una misura numerica della possibilità che un evento accada. In termini matematici, è una funzione che assegna un valore compreso tra 0 e 1 a un evento, dove:

0 indica che l'evento è impossibile.

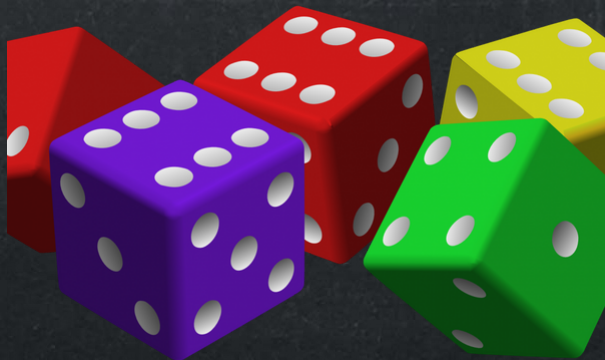
1 indica che l'evento è certo.

Valori intermedi rappresentano la probabilità che l'evento si verifichi.

La probabilità può essere calcolata in diversi modi, a seconda della natura dell'evento:

Concetti chiave:

- **Evento:** un risultato possibile di un esperimento casuale.
- **Spazio campionario:** l'insieme di tutti i possibili esiti di un esperimento casuale.
- **Evento elementare:** un singolo esito nello spazio campionario.



DEFINIZIONE DI PROBABILITÀ

PROBABILITA' CLASSICA

In uno spazio campionario in cui tutti gli esiti sono ugualmente possibili, la probabilità di un evento E è il rapporto fra il numero dei casi favorevoli e il numero dei casi possibili.

$$p(E) = \text{numero dei casi favorevoli} : \text{numero dei casi possibili} = f/n$$

PROBABILITA' STATISTICA

La probabilità di un evento E è il rapporto fra il numero delle prove favorevoli e il numero, ritenuto abbastanza elevato, delle prove effettuate.

$$p(E) = \text{numero delle prove favorevoli} : \text{numero delle prove effettuate} = f/n$$

Legge dei grandi numeri

Al crescere del numero delle prove, la probabilità statistica di un evento si avvicina sempre più al valore della sua probabilità classica.

PROBABILITA' SOGGETTIVA

La probabilità di un evento E è il grado di fiducia, espresso da un numero compreso fra 0 e 1, che una persona attribuisce al verificarsi dell'evento, secondo la sua opinione.

Il valore si ottiene come rapporto fra la somma P che la persona è disposta a pagare, in una scommessa, e la somma V che riceverà nel caso in cui l'evento si realizzi.

$$p(E) = P/V$$

LA PROBABILITÀ TOTALE

La probabilità totale considera il verificarsi di più eventi semplici che possono essere tra loro:

-incompatibili: il verificarsi di uno esclude il verificarsi dell'altro



in un sacchetto di biglie nere e bianche, con una sola estrazione si potrà pescare o una biglia nera o una biglia bianca, è impossibile pescare entrambe

La probabilità totale di due eventi incompatibili si fa sommando le probabilità dei singoli eventi parziali

GLI EVENTI COMPATIBILI E INCOMPATIBILI

Eventi compatibili

- Due o più eventi sono detti compatibili quando possono verificarsi contemporaneamente.
- In altre parole, esiste la possibilità che si verifichino entrambi.

Esempio:

- Considera il lancio di un dado.
- L'evento "esce un numero pari" e l'evento "esce un numero minore di 4" sono compatibili, perché possono verificarsi insieme (ad esempio, se esce il 2).

Eventi incompatibili

- Due o più eventi sono detti incompatibili quando non possono verificarsi contemporaneamente.
- Il verificarsi di uno esclude automaticamente il verificarsi dell'altro.

Esempio:

- Sempre con il lancio di un dado, l'evento "esce un numero pari" e l'evento "esce un numero dispari" sono incompatibili.
- Non è possibile che in un singolo lancio esca sia un numero pari che uno dispari.

GLI EVENTI DIPENDENTI E INDIPENDENTI

Eventi dipendenti

- Due o più eventi sono detti dipendenti quando il verificarsi di uno influenza il verificarsi dell'altro.
- Il risultato di un evento ha un impatto sul risultato dell'altro.

Esempio:

- l'estrazione di due carte da un mazzo senza rimettere la prima carta nel mazzo. La probabilità della seconda carta estratta è influenzata dalla prima estrazione.

Eventi indipendenti

- Due o più eventi sono detti indipendenti quando il verificarsi di uno non influenza il verificarsi dell'altro.
- In altre parole, il risultato di un evento non ha alcun impatto sul risultato dell'altro.

Esempio:

- lanciare due volte di seguito una moneta. il risultato del primo lancio non influenza il risultato del secondo.

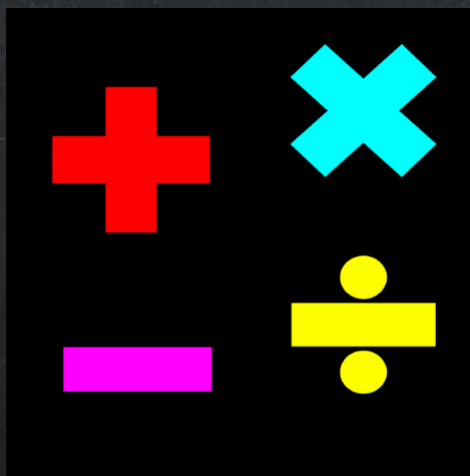
OPERAZIONI FRA EVENTI

Dato un evento E di uno spazio campionario S l'evento contrario, o complementare, di E è l'insieme di tutti gli elementi che appartengono a S e non appartengono a E .

Dati due eventi, E_1 ed E_2 , di uno spazio campionario S :

- l'evento unione, o somma logica degli eventi, è l'insieme di tutti gli elementi di S che appartengono a E_1 o a E_2 ; viene indicato con $E_1 \cup E_2$;
- l'evento intersezione, o prodotto logico degli eventi, è l'insieme di tutti gli elementi di S che appartengono a E_1 e a E_2 ; viene indicato con $E_1 \cap E_2$.

Dato un evento E di uno spazio campionario S l'evento contrario, o complementare, di E è l'insieme di tutti gli elementi che appartengono a S e non appartengono a E ; si indica con $\bar{E}$.



PROBABILITÀ DELLA SOMMA LOGICA DI EVENTI

La probabilità della somma logica di $E1 \cup E2$, di due eventi $E1$ ed $E2$, è uguale alla somma delle probabilità di $E1$ e di $E2$, diminuita dalla probabilità dell'evento intersezione.

$$p(E1 \cup E2) = p(E1) + p(E2) - p(E1 \cap E2)$$



INDICE

- *PRODOTTI NOTEVOLI*
- *I SISTEMI LINEARI*
- *IL METODO DI SOSTITUZIONE*
- *IL METODO DEL CONFRONTO*
- *L'INSIEME DEI NUMERI REALI*
- *I RADICALI*
- *LA RADICE QUADRATA*
- *LA RADICE CUBICA*
- *PRODOTTO TRA RADICI*
- *LE EQUAZIONI DI SECONDO GRADO*
- *LE DISEQUAZIONI*
- *PROBABILITÀ*
- *DEFINIZIONE DI PROBABILITÀ*
- *PROBABILITÀ TOTALE*
- *GLI EVENTI COMPATIBILI E INCOMPATIBILI*
- *GLI EVENTI DIPENDENTI E INDIPENDENTI*
- *OPERAZIONI FRA EVENTI*
- *PROBABILITÀ LOGICA DEGLI EVENTI*

a.s. 2024/25

inviato per la pubblicazione il 18/11/2025



A CURA DI :

- CAPONE NICCOLÒ
- CIPRIANO NICOLAS
- FIORAVANTI ALEX
- FIORAVANTI GIUSEPPINA
- LOMBARDI MARTINA STELLA
- PARZIALE VINCENZO
- PICARIELLO MARCO